

Фибоначчиева система счисления

К нетрадиционным системам счисления относят и фибоначчиеву систему счисления (основания нет, размерность алфавита – 2, цифры – 0 и 1).

Базисом фибоначчиевой системы является последовательность 1 (u_1), 1 (u_2), 2 (u_3), 3 (u_4), 5 (u_5), 8 (u_6), 13 (u_7), 21 (u_8), 34 (u_9), 55 (u_{10}), ..., т.е. идущие подряд числа Фибоначчи. Каждое следующее число за исключением двух первых, получается сложением двух предыдущих чисел.

Получение числа в фибоначчиевой системе счисления – это последовательное выделение из числа слагаемых, равных наибольшим возможным числам Фибоначчи, т.е. представлением числа в виде суммы различных чисел Фибоначчи:

Если число в фибоначчиевой системе счисления $\Phi(a) = \varphi_1 \dots \varphi_{n-1}$, то в десятичной системе $a = u_n \varphi_1 + u_{n-1} \varphi_2 + \dots + u_2 \varphi_{n-1}$, где u_i – числа Фибоначчи, $\varphi_i \in \{0, 1\}$.

Примеры:

1. Перевести число $a = 37_{10}$.

Нетрудно заметить, что ближайшее к 37 число Фибоначчи, но не превышающее данное число, равно 34. Если из 37 вычесть 34 (u_9), то в остатке получим 3. Это третье число Фибоначчи.

Получается, что 37 представляется в виде суммы чисел Фибоначчи следующим образом: $37 = 34 + 3$. Оформим вычисления в виде таблицы:

$u_n = 34$ ($n=9$)	$\varphi_1 = 1$	$a_1 = 37 - 34 = 3$
$u_8 = 21 > a$	$\varphi_2 = 0$	$a_2 = a_1 = 3$
$u_7 = 13 > a_2$	$\varphi_3 = 0$	$a_3 = a_2 = 3$
$u_6 = 8 > a_3$	$\varphi_4 = 0$	$a_4 = a_3 = 3$
$u_5 = 5 > a_4$	$\varphi_5 = 0$	$a_5 = a_4 = 3$
$u_4 = 3 = a_5$	$\varphi_6 = 1$	$a_6 = 3 - 3 = 0$
$u_3 = 2 > a_6$	$\varphi_7 = 0$	$a_7 = a_6 = 0$
$u_2 = 1 > a_7$	$\varphi_8 = 0$	$a_8 = a_7 = 0$

Ответ: $37_{10} = u_9 + u_4 = 34 + 3 = 10000100_{\text{fib}}$;

2. Перевести числа $\Phi(a) = 101001_{\text{fib}}$ в десятичную систему счисления.

Заметим, что $n=7$.

$$101001_{\text{fib}} = 13 \cdot 1 + 8 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 13 + 5 + 1 = 19_{10}.$$

Задания:

1. Перевести в десятичную систему счисления: 1001101_{fib} ; 111101_{fib} .

2. Перевести в фибоначчиеву систему счисления: 25_{10} ; 43_{10} .

Основное преимущество кодов Фибоначчи для практического применения состоит в их естественной избыточности, которая используется для контроля числовых преобразований. Эта избыточность проявляет себя в свойстве множественности представлений одного и того же числа: $30_{10} = 1001101_{\text{fib}} = 1010001_{\text{fib}}$. Практическое применение – создание микросхемы для реализации самоконтролирующегося Фибоначчи-процессора со 100-процентной гарантией обнаружения сбоев, возникающих при переключении триггеров.